



# 液体噴流分裂現象の周波数解析 (第3報, 乱流分裂領域の周波数構造)

## Frequency Analysis for Disintegration Phenomena of Liquid Jet (3rd Report: Frequency Structure in Turbulent Breakup Region)

天谷賢児, 新井雅隆  
(Kenji AMAGAI) (Masataka ARAI)  
群馬大  
(Gunma Univ)

Frequency analysis for the breakup phenomena on a liquid jet injected from a round nozzle into the vertical direction was reported in the previous paper. It showed that the spectrum structure of the surface wave depended on the breakup mode such as the laminar and turbulent breakup. In this paper, characteristics of the frequency structure in the turbulent jet region were investigated in detail. Spectrum of surface wave on turbulent liquid jet was dissolved as the continuous frequency component. The domain frequency in the continuous component was traced from the nozzle exit to the breakup point. To investigate the relationship between breakup of turbulent jet and the Rayleigh instability, the transition of domain frequency on the spectrum diagram was compared with the Rayleigh frequency. As the result, the domain frequency near the nozzle exit was higher than the Rayleigh frequency. However, at the breakup point, the domain frequency became lower than the Rayleigh frequency.

**Keywords:** Liquid Jet, Disintegration, Instability, Wave Velocity, Frequency Analysis, Power Spectrum

### 1. 緒言

著者らはこれまでに円管ノズルから静止気体中に噴出する液体の分裂現象を周波数解析の観点から調べてきた。第1報では、噴出レイノルズ数に対する周波数構造の全体的な変化を示し、特に、分裂点における基本周波数が分裂様式に対応して変化することを明らかにした<sup>(1)</sup>。また、第2報では主に層流分裂領域に注目し、ノズル出口から分裂点の下流までの各点で周波数構造を調べた<sup>(2)</sup>。その結果、基本周波数が下流方向に変化しないことが示された。このような結果は重力の効果による噴流液柱の直径の変化を考慮したレイリー波を考えることで説明できることを報告した。本報では、同様な観点から乱流分裂領域の周波数構造を解析する。また、光学センサーを二台用いて相関法により噴流表面波の速度を求め、液柱表面に現れる不安定波の構造をより明確にする。

### 2. 実験

実験装置はこれまでに用いたものと同様である。使  
原稿受付：1996年7月4日

用したノズルの内径  $D$  は 2mm, 4mm および 6mm で、ノズル出口で速度分布が十分に発達するようにノズルの長さを内径の 50 倍とした。噴流表面波の変動を光学センサーを用いて検出し、得られた変動信号のパワースペクトルを FFT アナライザーを用いて求めた。また、図1のように、今回の実験では新たに二台の光学センサーを用いて噴流表面波の通過速度を測定した。二台のセンサーの間隔は 10mm である。ノズルから二台のセンサーの中心までの距離を  $z$  で表し、上側のセンサーの位置を  $z_1 (=z-5\text{mm})$ 、下側のセンサーの位置を  $z_2 (=z+5\text{mm})$  とした。また、分裂長さを  $L_b$ 、噴出レイノルズ数を  $Re=4Q/(\pi\nu D)$  で表した。ただし、 $Q$  は噴出流量、 $\nu$  は動粘性係数である。

### 3. 噴流表面波の速度

乱流噴流の周波数解析に先立ち、表面波の速度を求める。図2は、ふたつのセンサーの出力信号の例である。この例では  $z_1$  を通過した噴流表面波による信号が約 0.005 秒後に  $z_2$  の信号として現れている。二つの信号間の対応する個所を容易に同定できるが、 $z_1$  から  $z_2$  の間に信号の形は明らかに変化しており表面波の形が刻

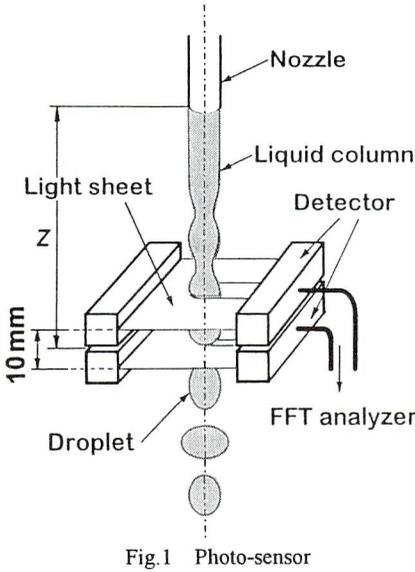


Fig.1 Photo-sensor

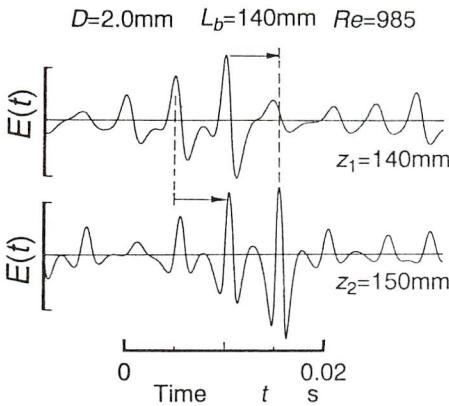


Fig.2 Photo intensity signal at  $z_1$  and  $z_2$

々変化していることがわかる。このようなふたつの信号間の時間的なずれは、これらの信号の相互相関関数  $R(\tau)$  を得ることで求められる。 $\phi(z, t)$  を位置  $z$  における出力信号とすると、 $R(\tau, z)$  は次式で定義される。

$$R(z, \tau) = \frac{\langle \phi(z_1, t) \phi(z_2, t + \tau) \rangle}{\langle \phi(z_1, t) \phi(z_2, t) \rangle} \quad (1)$$

ここで、記号  $\langle \rangle$  は時間平均を表している。実際には FFT アナライザ (小野測器製 CF350) を用いて位置  $z$  の  $R(\tau)$  を求めた。

図 3 に層流分裂領域での相互相関関数  $R(\tau)$  の  $z$  方向の変化を示す。 $z=125\text{mm}$  の点に注目してみると、 $\tau=7\text{ms}$  程度のところに最も高いピークが現れている。これは、 $z_1$  の波形と  $z_2$  の波形が時間  $\tau=7\text{ms}$  だけずれたときに互

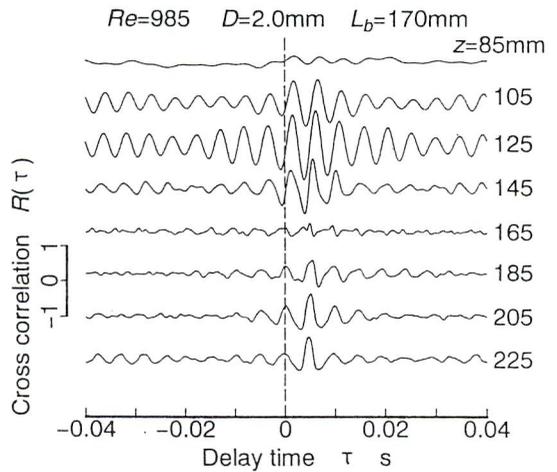


Fig.3 Cross-correlation between  $z_1$  and  $z_2$  signal at various position on laminar jet

いに最も類似していたことを意味しており、物理的には  $z_1$  を通過した波が 7ms 後に  $z_2$  を通過したことを表している。この  $\tau=7\text{ms}$  以外にも周期的に高い相関値が現れる理由は、層流噴流の表面波動は周期性が高く、一波长分ずれた波との間でも波形が類似しているためである。

$R(\tau)$  の  $z$  方向の変化に注目すると、分裂点近くの  $z=165\text{mm}$  では全体的に相関のピークが低い。これは分裂点前後の 10mm の距離を波が移動する間にその波が不規則に変化し、時間的なずれを考慮しても 10mm 離れた二点間で波形に関連性が少ないことを示している。この結果は第 1 報で示したように、層流分裂領域では分裂点近傍で周波数スペクトルに高周波成分が現れることに対応している。また、分裂点より下流では後述するように波の通過速度に対応した時間遅れのところにのみ高いピークが現れている。分裂前の  $z=125\text{mm}$  のところのように周期性を顕著に示す相関波形とならないことは液滴の生成が不規則性をもつ現象であるためと解釈できる。

図 3 のような  $R(\tau)$  のグラフからセンサー間を通過する波の平均速度を求めることができる。すなわち、最も高い相関が得られる遅れ時間を  $\tau_m$  として、波の通過速度  $V$  は次式で求められる。

$$V = \frac{\delta}{\tau_m} \quad (2)$$

ここで、 $\delta$  はセンサー間距離である。ただし、このような通過速度の測定法では、波の波長が  $\delta$  よりも小

さいときに次のような問題が生じる可能性がある。すなわち、センサー間を通過する間に波が大きく変形してしまい相関のピークが現れなくなる場合と、波形が完全に周期的で相関のピークが周期的に1となり、どのピークを選択すべきか判断できなくなる場合が考えられる。しかし、本実験の場合には図3のように $\tau_m$ を容易に同定でき、ここで設定した $\delta = 10\text{mm}$ でも通過速度が求められる。これは後述の乱流噴流の場合でも同様である。

図4の○印は $V$ の $z$ 方向の変化を示している。図中には相関の二番目と三番目に高いピークに対する遅れ時間から計算した値も△と□の記号で示した。

前報で示したように、ノズルから鉛直下方に流下する液体噴流の断面平均速度はベルヌーイの定理と連続の式を用いて次式のように求められる<sup>(2)</sup>。

$$w(z) = w_0 \left( 1 + \frac{2gz}{w_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

ここで、 $w_0$ はノズル出口での平均噴出速度である。図4の実線は式(3)による計算値である。この結果より、位置 $z$ における液体の通過速度と表面波の通過速度は一致しており、噴流表面に発生する波は液体の平均速度に対して相対速度を持っていないことがわかる。また、重力の効果によって液体は下流方向に加速されるが、それに伴って波の通過速度も大きくなるがわかる。

前報では層流噴流の表面波の基本周波数が測定位置

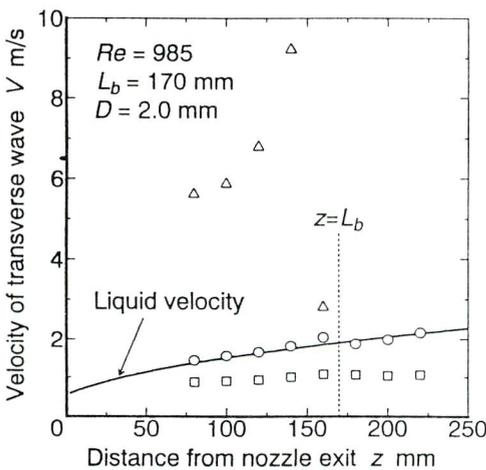


Fig.4 Velocity of transverse wave of laminar jet

によらず $z$ 方向に一定であることを示した。この結果は噴流表面波が液体に固定されており、波も液体も重力によって引き伸ばされると考えることで説明できた。すなわち、液柱が引き伸ばされて波長が増加すること、液体の落下速度の増加によって波の通過速度が増加することとが相殺されてセンサーで検出される波の周波数は $z$ 方向に一定になると考えられた。今回得られた実験結果は、以上の考察を裏付けるものである。

以上の検討をもとにして乱流分裂領域について二つのセンサーによる表面波信号の相関と波の通過速度を求め、その特性を明らかにした。図5は $Re=7740$ の場合について $R(\tau)$ の $z$ 方向の変化を示したものである。層流分裂領域の場合と異なり各点の相関波形には表面波の移動に対応するひとつのピークのみが観察された。これは表面波が非周期的であるためと考えられる。また、層流の場合と異なり $z=165\text{mm}$ の分裂点でも相関波形の形状は変わらず、分裂点の前後で表面波と液滴列による信号波形が類似していることが明らかになった。図6はノズル径 $D=2, 4, 6\text{mm}$ の場合について、式(2)によって求めた表面波の通過速度と式(3)による液体の速度を比較したものである。ただしすべての場合に $Re=5000$ としてある。また、図の横軸は分裂長さ $L_b$ で規格化した。この結果から、本報の主題である乱流分裂領域においても噴流表面に発生する波は液体に対して相対速度を持っていないことがわかる。また、ノズル径が大きいほど通過速度の $z$ 方向変化が大きくなる。

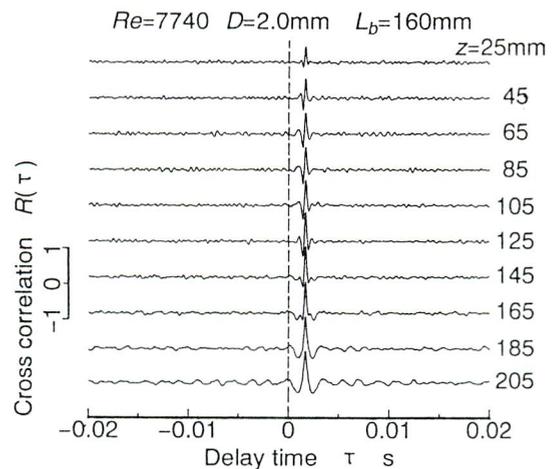


Fig.5 Cross-correlation between  $z_1$  and  $z_2$  signal at various position on turbulent jet

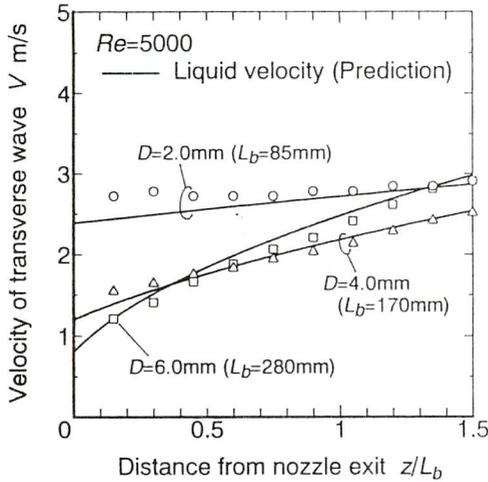


Fig.6 Velocity of transverse wave of turbulent jet

これは、レイノルズ数が同じ場合には管径が大きいかほど噴出速度が小さく、重力によって噴流液柱の引き伸ばされる効果が顕著になるためである。また、これ以外のレイノルズ数に関しても同様な結果が得られた。以下ではこの結果をもとに乱流分裂領域の周波数特性を解析する。

#### 4. 乱流領域の周波数特性

噴流表面波や液滴通過に対するセンサーの出力信号  $E(t)$  (単位 mV) の周波数スペクトル (パワースペクトル)  $P(f)$  をノズルから分裂後までの全領域にわたって求めた。  $P(f)$  は次式によって定義される。

$$P(f) = \left| \int_0^{\infty} E(t) \exp(-i \cdot 2\pi f \cdot t) dt \right|^2 \quad (4)$$

ここで、  $i$  は虚数単位である。

図7は噴流の液柱部分および分裂後の液滴列全体にわたって求めた周波数スペクトルである。これは、センサーをノズル出口から分裂点の下流まで等間隔に移動させ、それぞれの位置でスペクトル波形を求めたものを鳥瞰図的に表示したものである<sup>(1)</sup>。ただし、周波数成分の高さは  $P(f)$  の平方根としてリニアスケールで表示してある。また、  $z$  方向には分裂長さ  $L_b$  で規格化した座標を用いている。前報で詳しく解析したように層流分裂領域では離散的な周波数ピークが観察されるが<sup>(2)</sup>、乱流分裂領域ではスペクトルが連続スペクトルになることが特徴である。この図では分裂点の上流で500から1000Hz付近に比較的強い連続スペクトル成分があり、分裂点以下では約250Hz を中心に顕著な連続スペクトル成分が見られる。

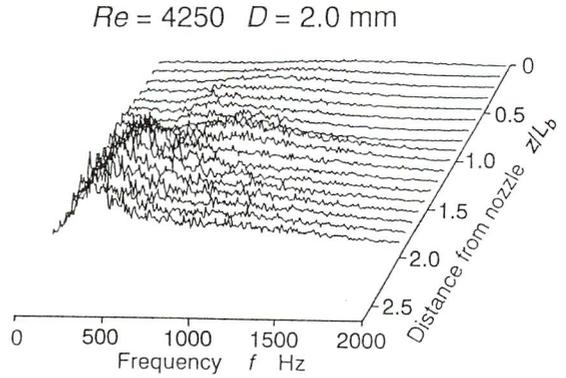


Fig.7 Frequency diagram of turbulent jet

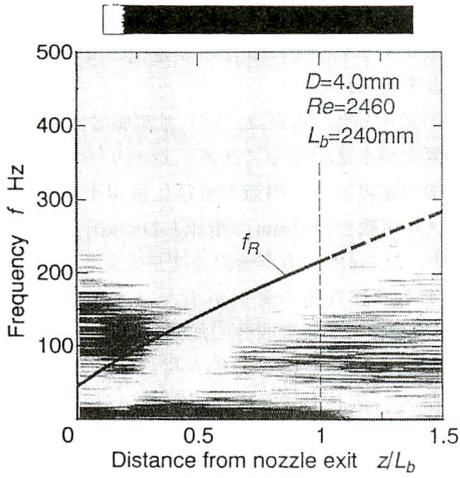
ル成分が見られる。

このような連続スペクトルの  $z$  方向への遷移特性を解析するために図7の周波数成分の高さを白黒の濃淡に置き換え、周波数  $f$  と位置  $z$  の座標平面上で表現した。  $D=4\text{mm}$  と  $D=2\text{mm}$  の場合についてこのような処理を行った結果を図8と9に示す。図の縦軸は周波数であり、横軸は  $z$  方向距離を分裂長さ  $L_b$  によって規格化してある。図中の黒い部分が濃いほどその成分の波が強いことを示す。それぞれの図の上に付した帯の濃淡は図中の濃度分布のスケールで、帯の右端が図中の最も高い周波数レベルに、左端が最も低いレベルに対応し、それぞれの間はリニアスケールで分割した。

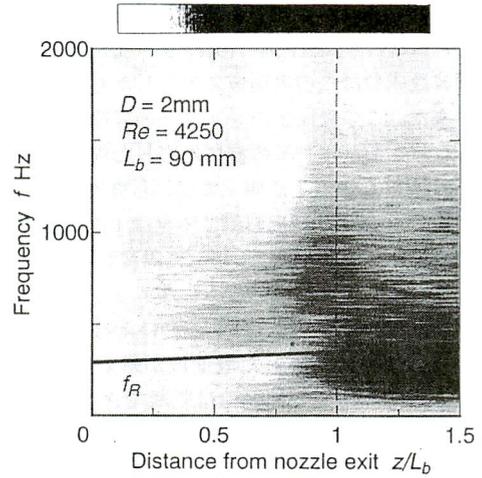
また、レイリー波の周波数と実験で観察された周波数との比較を行った<sup>(2)</sup>。レイリーの安定性理論によれば最大増幅率をもつ不安定波の波長は液柱直径  $d$  の4.5倍である。前述のように表面波が液体と相対速度を持たないことが確認されているので、波長とセンサーを通過する波の速度 (式(3)) からレイリー波の周波数  $f_R$  が求められる。

$$f_R(z) = \frac{w_0}{4.5D} \left( 1 + \frac{2gz}{w_0^2} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (5)$$

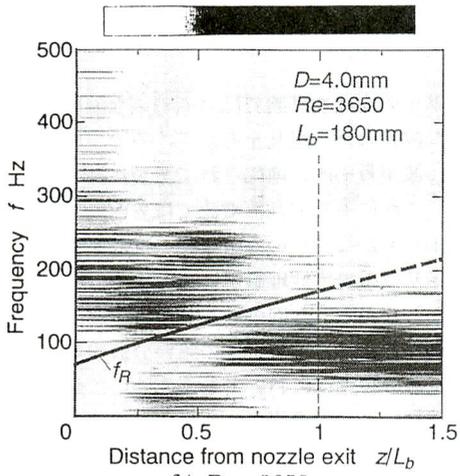
図8と9中に実線で示した  $f_R$  は式(5)から求めたレイリー波の周波数である。両図とも上流から下流に向かって周波数成分の変化を見た場合、まず高周波成分が現れ、次いで分裂点より下流では低周波成分が顕著になることがわかる。また、それぞれの図で(a), (b), (c)を比較すると、レイノルズ数が大きくなるほど上流部での周波数成分がより高周波側に移行することがわかる。



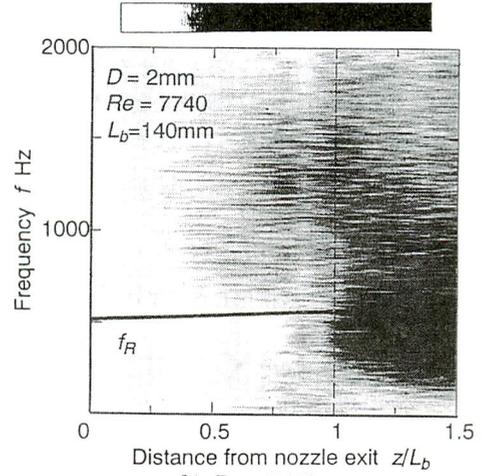
(a)  $Re = 2460$



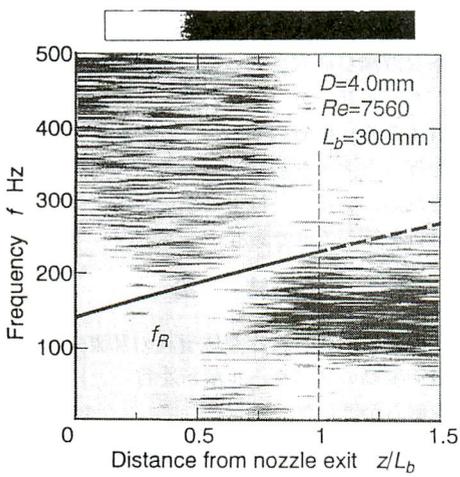
(a)  $Re = 4250$



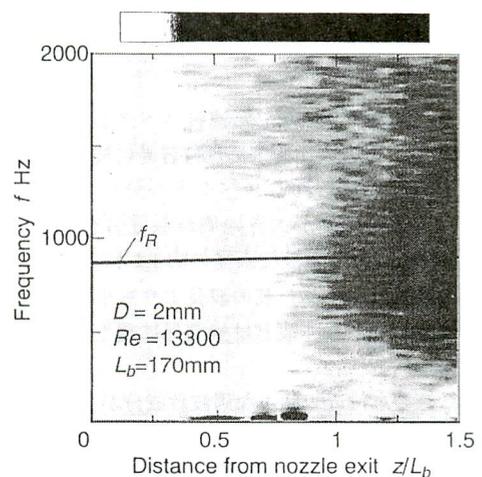
(b)  $Re = 3650$



(b)  $Re = 7740$



(c)  $Re = 7560$



(c)  $Re = 13300$

Fig.8 Frequency characteristics of turbulent jet  
(  $D = 4.0\text{mm}$  )

Fig.9 Frequency characteristics of turbulent jet  
(  $D = 2.0\text{mm}$  )

ノズル内の流れが乱流である場合には、噴流出口直後にそれに起因した表面波が現れる<sup>(3)</sup>。上流部分で現れる高周波数成分はこの表面波に対応したものと考えられる。また、この表面波がレイリーの理論で記述されるような波であれば、その波に対応した周波数成分は図中において  $f_R$  より下流側、すなわち噴流直径を考慮しているので  $f_R$  より低周波側にて発達するはずであるが、上流部分での表面波に対応した周波数成分は  $f_R$  より必ず高周波側に現れている。したがって、この波はレイリー波とは起源が異なるものといえる。ただし、この高周波成分に対応した表面波が軸対称性のある波かどうかは本研究の範囲では判断できない。

この上流部で現れる高周波成分の波をさらに詳しく調べるために、前述の波の通過速度をもとに波長を求めた。ただし、実際の表面波は連続スペクトルで表されるような多数の波の重ねあわせになっており、さまざまな波長の波が混在していると考えべきであるが、それぞれの周波数  $f_m$  に対して波長  $\lambda$  を形式的に計算することが可能である。波がセンサーを通過する速度を  $w$  とすると次式が成り立つ。

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{w}{f_m d} \quad (6)$$

ただし、液柱直径  $d$  で規格化した。ここで  $d$  は、

$$d(z) = D \left( 1 + \frac{2gz}{w_0^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (7)$$

で与えられ、式(3)、(5)、(7)を用いると、 $\lambda$  と  $f_R$  との間に次の関係が求まる。

$$\frac{\lambda}{d} = 4.5 \frac{f_R}{f_m} \quad (8)$$

これより、図8や9に示した連続スペクトル内の周波数について、 $f_R$  との比を求めれば容易に波長が求められる。上流部で見られるスペクトル分布のうちで比較的スペクトル強度が大きい周波数成分を  $f_m$  とし、波長を計算してみると液柱直径の約1.5から1.8倍になる。この波長はレイリー波の波長よりも小さく、この高周波成分がレイリー波とは無関係に発生しているものと考えられる。

一方、分裂点付近では主な周波数成分が  $f_R$  よりも低周波側に移行することがわかる。特に、図8の  $D=4\text{mm}$  の場合にはレイリー波の周波数を境にして高周波側から低周波側への移行が顕著に現れる。それぞれの位置での  $f_R$  の値はそこでの振幅の最大増幅率を与える周波数を示していて、 $f_R$  に対応する波の振幅自体はその後も

増大する。この点を考慮すれば乱流領域においても層流領域のレイリー波と同様な不安定化の機構が存在するものと考えられる。

図9が図8と異なる点は、同じ乱流領域でも  $f_R$  の  $z$  方向の変化が小さいことである。レイリーの周波数は噴流の噴出速度以外に噴流の直径に依存する。仮に同じレイノルズ数の  $D=2\text{mm}$  の噴流と  $D=4\text{mm}$  の噴流を比較すると、 $D=2\text{mm}$  の方が噴出速度が大きく、噴出後の重力による液柱直径の変化が小さい。図9に示した  $D=2\text{mm}$  の場合に周波数成分の推移を調べると、レイノルズ数が大きくなるほど分裂点付近で観察される最も大きなスペクトル強度の周波数成分が  $f_R$  に近くなっていくことがわかる。特に、 $z$  方向に  $f_R$  がほとんど変化しない  $Re=13300$  の場合には分裂後の代表的な周波数成分がほぼ  $f_R$  に一致しており、レイリー波が乱流領域の分裂現象にも大きな役割を果たしていると解釈できる。

レイリーの安定性理論ではスムーズな液柱表面にさまざまな波長の微小攪乱を考慮して、その中の最大増幅率を持つ波が最終的に増幅されて分裂に至るものとしている。これに対して乱流噴流では表面にレイリー波の波長よりもかなり短い有限振幅の攪乱が存在しており、レイリーの安定性理論がそのままでは適用できない。しかしながら、今回の周波数解析の結果では、層流分裂過程と比べて不規則性の強い分裂現象を伴うものの、乱流分裂過程においても基本的にはレイリーの安定性理論によって予測されるような周期の分裂現象が含まれていることが明らかになった。

乱流噴流の分裂時の多くの写真からは、大きな液滴の間に細い液糸が形成され、その液糸からさらに大小さまざまな液滴が形成されることが知られている。ここで述べたレイリー波（すなわち、液柱直径の数倍の波長を有する波）に対応するような分裂現象は液柱から液糸を伴った大きな液滴列への分裂に対応していると推定される。レイリー波と液糸の対応関係については今後解析を行う予定である。

## 5. 結 論

鉛直下向きに形成される液体噴流の乱流分裂過程について表面変動のスペクトル解析を行った結果、以下のことを明らかにした。

- (1) 噴流表面波は液体に対して相対速度を持たない。
- (2) 乱流分裂領域では表面波のスペクトルは連続スペクトルとなるが、そのスペクトル強度分布の遷移特性をレイリー波を基本として解析できる。
- (3) 乱流分裂領域では、レイリーの周波数を境にして

ノズル出口直下で高周波成分が現れ、分裂点近傍で低周波成分が現れる。

- (4) 乱流分裂過程においてもレイリーの安定性理論によって予測されるような周期の分裂現象が含まれている。

**謝辞** 本研究の実施に当たり、本学学生秋元聡君（現日本ブレーキ(株)）ならびに小野寺諭君の協力を得

た。また、本研究は文部省科学研究費補助金[奨励研究(A)]の補助を得た。ここに謝意を表す。

### 文 献

- (1) 天谷，新井，微粒化，4-9 (1996), 12-18.
- (2) 天谷，新井，微粒化，4-9 (1996), 19-25.
- (3) 橋本，鈴木，日本機械学会論文集，56-523(1990), 712-718.



天谷賢児  
群馬大学・工学部・助教授  
群馬県桐生市天神町1-5-1  
Tel. 0277-30-1523  
Fax. 0277-30-1521  
略歴：1992年 東北大学  
大学院工学研究科  
博士後期課程修了  
主として微粒化のモデリン  
グ，微粒化機構，ディーゼ  
ル噴霧に関する研究



新井雅隆  
群馬大学・工学部・教授  
群馬県桐生市天神町1-5-1  
Tel. 0277-30-1522  
Fax. 0277-30-1521  
略歴：1977年 東北大学  
大学院工学研究科  
博士後期課程修了  
主として微粒化機構，ディー  
ゼル噴霧，低重力・高重力場  
での熱伝達，高温燃焼に関する研究