

# 液体噴流分裂現象の周波数解析

## (第2報, 滴下および層流分裂領域の波動構造)

### Frequency Analysis for Distribution Phenomena of Liquid Jet (2nd Report: Wave Structure in the Dripping and Laminar Breakup Regions)

天谷 賢児, 新井 雅隆  
(Kenji AMAGAI) (Masataka ARAI)  
群馬大  
(Gunma Univ.)

Frequency analysis for the breakup phenomena on a liquid jet injected from a round nozzle into the vertical direction was reported in the previous paper. It showed that the spectrum structure of the surface wave depended on the breakup mode such as the laminar and turbulent breakup. In this paper, characteristics of the frequency structure in the dripping and laminar jet region were investigated in detail. On the power spectrum diagrams, the peak frequencies were traced from the nozzle exit to the breakup point, and the increasing and decreasing behavior of the peak levels were analyzed. The predominant peaks of the spectrum were observed in the middle part of the jet, and their frequencies were conserved through the jet. This result suggested that the growth of the surface wave at a local position were not influenced by the column diameter of this position where the jet was elongated and its diameter was decreased by the gravity effect. The growth of the peak in the spectrum was discussed with the Rayleigh wave theory which was applied on the elongated jet. This modified Rayleigh theory gave the location where the given wave should be amplified. However the behavior of the frequency peaks suggested that the rapid growth of the wave was started after where it passed the maximum growth rate point estimated by the theory. From the conservation of the peak frequency, it was also confirmed that the surface wave was fixed on the flow.

**Keywords** : Liquid Jet, Disintegration, Instability, Droplet Formation, Frequency Analysis, Power Spectrum

## 1. 緒 言

前報では、円筒ノズルから静止気体中に噴出する液体の分裂現象に対して、噴流表面波動の周波数解析を試み、噴出レイノルズ数の変化に対する周波数スペクトルの遷移特性を明らかにした<sup>(1)</sup>。その結果、滴下領域や層流分裂領域では離散的な周波数成分が観察されること、分裂点近傍では多数の高周波成分が現れることを示した。また、乱流分裂領域では液柱表面波動および分裂後の液滴列に対する周波数スペクトルが連続成分で構成されていることも示した。

ここでは、滴下ならびに層流分裂領域を対象に周波数特性のより詳細な解析を行い、従来のレイリーの安定性理論<sup>(2)</sup>との比較を行った。また、重力の影響による噴流の液柱直径の変化が噴流表面波動の生成過程に与える影響を検討し、実験結果をレイリー波に対応した周波数特性の観点から考察した。

## 2. 実 験

液体噴流は、前報と同様に円筒ノズルから静止気体中に鉛直下向きに噴出したものである。実験装置は前報と同様であり、図1のような光学センサーを用いて噴流表面の変動を検出した。使用したノズルは内径が4mmと6mmのものである。また、ノズル出口で速度分布が十分に発達するようにノズルの長さは直径の50倍とした。得られた変動信号からFFTを用いてパワースペクトルを求めた。今回の報告では滴下領域および層流分裂の場合を解析対象とした。図2に示すように、この領域では噴出レイノルズ数の増加とともに分裂長さ $L_b$ が増大する。

## 3. 滴下領域の周波数特性

滴下領域(図2①)では極めて規則的な液滴の生成が行われる。前報で示したように液滴の生成位置で測定した信号のパワースペクトルには、卓越した基本周波数成分およびその倍調波成分が現れた。図3の測定

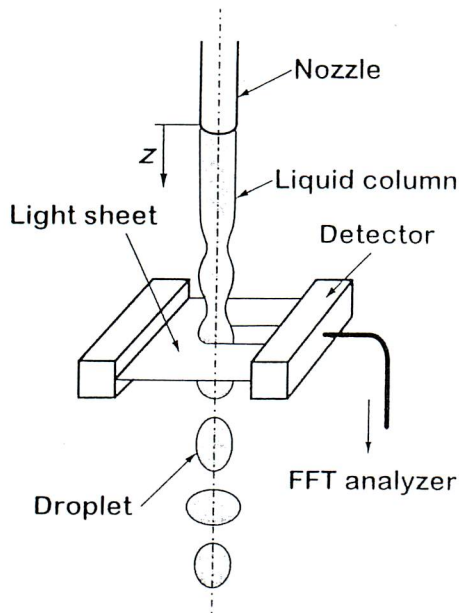


Fig.1 Photo sensor

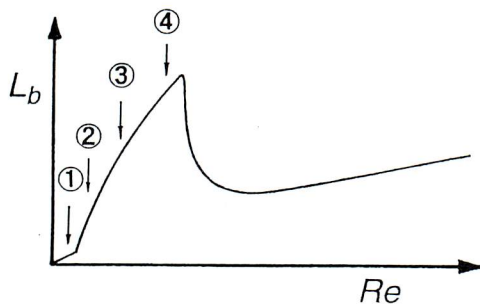


Fig.2 Breakup length

点は基本周波数を流量  $Q$  に対して示したものである。この基本周波数は液体の流量の増加に伴い高周波側に移行している。

円筒ノズルから滴下するひとつの液滴の体積は、ノズル下端に形成される液体部分に作用する重力と表面張力との釣り合いで決定される<sup>(3)</sup>。いま、ノズル径を  $D$ 、液滴の密度を  $\rho$ 、表面張力を  $\sigma$ 、重力の加速度を  $g$  とすると滴下液滴の体積  $V$  は次式で表される。

$$V = \frac{\pi \sigma D}{\rho g} \quad (1)$$

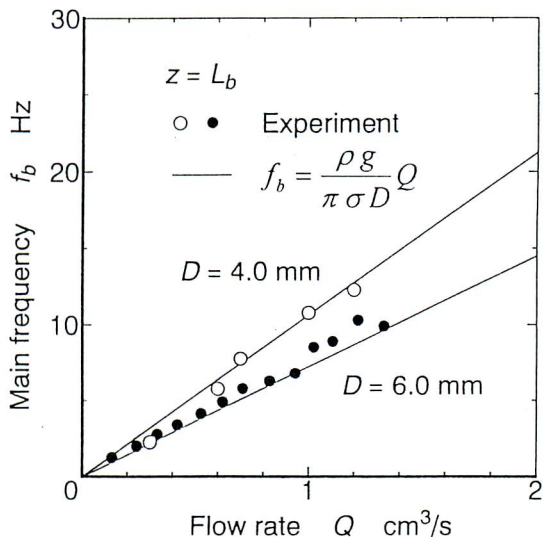


Fig.3 Frequency characteristics at dripping region

流量を  $Q$  で表せば滴下の周波数  $f_b$  は次式で与えられる。

$$f_b = \frac{Q}{V} = \frac{\rho g}{\pi \sigma D} Q \quad (2)$$

図3の実線は式(2)で予測される  $f_b$  であり、実験で得られた基本周波数と一致している。従って、パワースペクトル上の基本周波数は液滴の落下周波数そのものであり、滴下領域の周波数特性は従来の理論によって予測できることが確認できた。

#### 4. 層流分裂の周波数特性

##### 4.1 表面波動のスペクトル遷移

層流分裂領域(図2の②③④)では噴流表面波や液滴通過に対するセンサーの出力信号  $E(t)$  (単位 mV) のパワースペクトルをノズルから分裂後までの全領域にわたって求めた。パワースペクトル  $P(f)$  は次式によって定義される。

$$P(f) = \left| \int_0^{\infty} E(t) \exp(-i \cdot 2\pi f \cdot t) dt \right|^2 \quad (3)$$

ここで、 $i$  は虚数単位である。

結果を図4に示す。ただし、周波数成分の高さは  $P(f)$  の平方根としてリニアスケールで表示してある。層流噴流の場合の特徴としては図のようにいくつかの離散的な周波数成分が見られたので、その周波数成分の  $z$

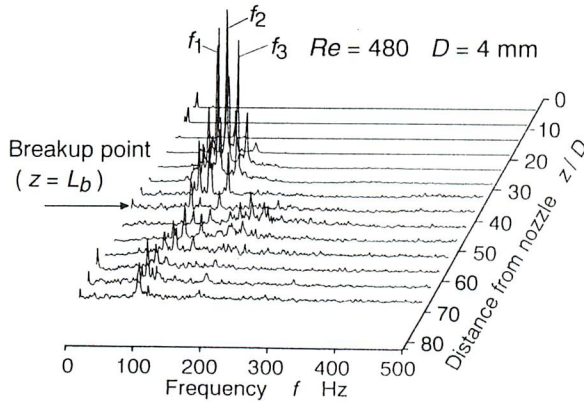


Fig. 4 Spectrum structures of surface waves

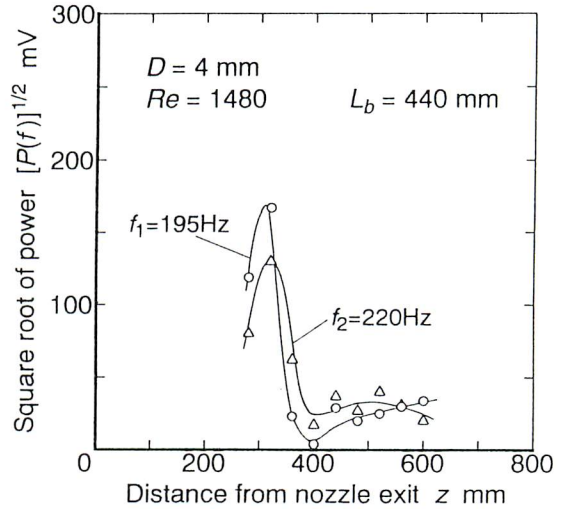


Fig. 6 Behavior of peak components in the frequency spectrum at  $Re=1480$  (Fig. 2 ③)

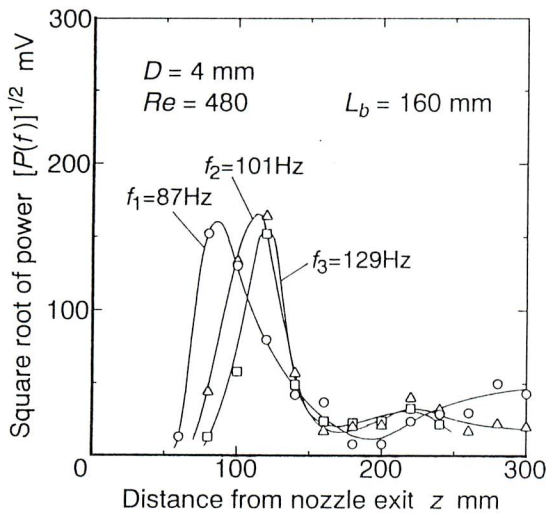


Fig. 5 Behavior of peak components in the frequency spectrum at  $Re=480$  (Fig. 2 ②)

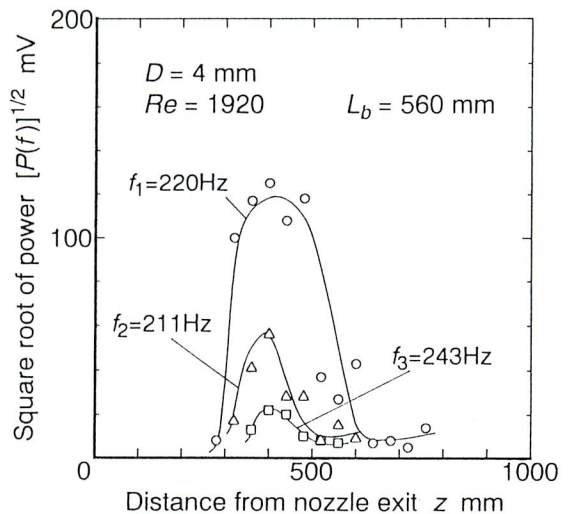


Fig. 7 Behavior of peak components in the frequency spectrum at  $Re=1920$  (Fig. 2 ④)

方向への変化を調べた。このとき最初に現れる卓越した周波数成分を  $f_1$ 、次に現れるものを  $f_2$ 、以下順次  $f_3$ 、 $f_4$ 、 $\dots$  として、その出現する位置とスペクトルの高さの変化を調べた。

図 4 の場合を例にとれば分裂点 (図中の  $L_b$  の位置) 上流で三つの顕著な周波数成分  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  が現れた。測定位置を  $z$  方向に変化させてピークを追跡していった場合、それぞれのピークの周波数はほとんど変化しなかった (測定周波数範囲 500Hz, 分解能 1Hz に対して

周波数変化は 2Hz 以下であった)。しかし、それぞれのピークの高さは下流に行くに従って大きく変化し、分裂点ではどのピークも低くなっていた。

図 5 は図 4 から  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  のスペクトルの高さを読み取り  $z$  方向変化としてまとめた結果であり、縦軸は図 4 と同様  $P(f)$  の平方根で示してある。この図より下流に行くにしたがって最初より高い周波数を持つ成分が順次現れて急速に成長し、最大値を持つ周波数成分が入れ代わってゆくことがわかった。また、これらの周波数



成分の大きさは分裂点の直前で急速に減少するが、分裂点より下流でもその成分が保存されていた。また、分裂点の近傍では $f_1, f_2, f_3$ 以外にも高周波数成分や $f_1, f_2, f_3$ の高調波成分が多数観察された。

前報<sup>(1)</sup>でも述べた通り、分裂点の直前ではそれぞれの周波数成分の大きさが急速に減少する。これは、一見変動成分が小さくなっているように見受けられるが、噴流表面の変動そのものが小さいことを示しているわけではない。分裂点の近くでは分裂現象に伴う液柱の収縮等の非線形かつ不規則な変動が上流側に伝播して規則的な表面波に重畳されている。このような状態をパワースペクトルとして計測しているので、出現する周波数成分の帯域が広がり、それぞれのピークが低くなったものである。

$Re=1480$  の場合について同様に調べた結果を図6に示す。この場合には二つの顕著な周波数成分 $f_1=195\text{Hz}$ ,  $f_2=220\text{Hz}$  が現れた。この場合もそれぞれのピークはその周波数の値に固定され、ピークを追跡するかぎりにおいては $z$ 方向の周波数シフトは見られなかった。また、出現した二つの周波数成分がほぼ同時に成長し、分裂点の上流で減衰した。

図7に示した $Re=1920$  の場合にはひとつの大きな周波数成分 $f_1=220\text{Hz}$  が現れ、分裂点以降もこの周波数成分が保存された。この周波数成分以外にも $f_2=211\text{Hz}$ ,  $f_3=243\text{Hz}$  のピークが観察されたが $f_1$ よりも上流で減衰した。また、これらのピークに対応した周波数も $z$ 方向で変化しなかった。

#### 4.2 レイリー波に対する噴流直径の影響

本研究で対象としている噴流は鉛直下方に噴出しているため、重力の影響で下流にいくにしたがって落下速度が増大し、液柱直径が減少する。一方、レイリーの安定性理論によれば最大増幅率を示す不安定波の波長は液柱直径 $d$ の4.5倍となる。この理論では $d$ は一定としているが、 $d$ が $z$ 方向にゆっくりと変化する本報の場合にもこの結果が適用できるとすると、噴流表面で選択的に成長する波の波長が初期攪乱の増幅される位置によって異なってくると考えられる。

今簡単のために、噴流を鉛直下方に流出する定常非粘性非圧縮流と考える。ベルヌーイの定理と連続の式を用いると位置 $z$ における噴流の直径 $d(z)$ および平均速度 $w(z)$ は次のように与えられる。

$$d(z) = D \left( 1 + \frac{2gz}{w_0^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (4)$$

$$w(z) = w_0 \left( 1 + \frac{2gz}{w_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

ここで、 $w_0$  はノズル出口での平均噴出速度である。ただし、これらの式は表面波動や分裂による表面変動を測定位置で時間平均した値を示すものである。

次に、位置 $z$ において、レイリーの安定性理論に従って初期攪乱が増幅されると考えた場合に出現する波の波長は、最大増幅率波長 $\lambda_m$ で与えられるから、

$$\lambda_m = 4.5d \quad (6)$$

となる。噴流径 $d$ の $z$ 方向の変化が波長に対して僅かであると考えて、位置 $z$ において式(6)により初期攪乱の成長が促進され、それがセンサーを速度 $w_w$ で通過すれば、観察される周波数 $f_R$ は

$$f_R(z) = \frac{w_w}{\lambda_m} = \frac{w_w}{4.5d(z)} \quad (7)$$

となる。ここで、表面波は流体と相対速度を持たないとして、位置 $z$ における表面波の速度 $w_w(z)$ について、

$$w_w(z) = w(z) \quad (8)$$

と仮定（この仮定の妥当性は後に示す）する。この仮定と式(4), (5), (7)より周波数 $f_R(z)$ は次式となる。

$$f_R(z) = \frac{w_0}{4.5D} \left( 1 + \frac{2gz}{w_0^2} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (9)$$

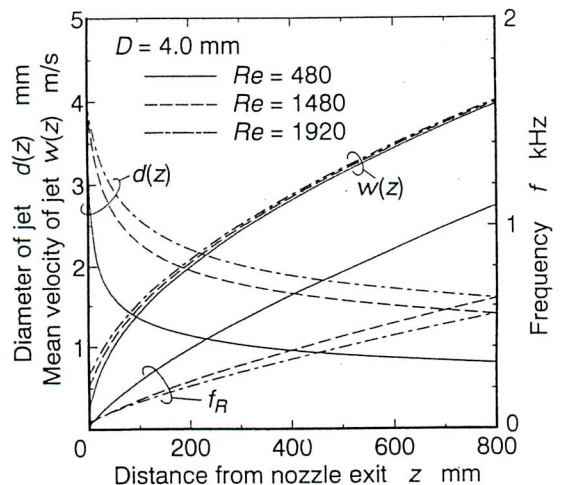


Fig.8 Rayleigh wave frequency derived from local diameter and velocity of jet

図8は式(4), (5), (9)を  $Re = 480, 1480, 1920$  の場合に求めた結果である。図より  $d(z)$  および  $f_R$  は  $Re$  によって大きく異なるが、 $w(z)$  の差は僅かであることがわかる。このことは噴流の直径が噴出速度よりも、その後の自由落下による加速で大きく変化し、分裂点では噴流の表面波の変動とは別の意味で噴流直径が細くなっていることを示している。いずれにしても、この噴流直径の減少に伴い  $f_R$  は下流に向かい周波数の大きい方にシフトしている。このことは、レイリーの安定性理論に従って増幅を受ける波の波長が噴流のそれぞれの位置で異なることを示している。いいかえれば、噴流の全長にわたって同一の波長の波を増幅する機構が存在していないことを示している。

### 4.3 表面波動の成長挙動

図5～7の結果と図8の結果を合わせて示したものが図9～11である。ただし、 $z$  および  $d$  は、それぞれ分裂長さ  $L_b$  およびノズル径  $D$  で規格化してある。図中の丸印の直径は、図5～7で示した周波数成分の高さ  $\{P(f_i)\}^{1/2}$  に比例するように表現してある。実験で観察された顕著な周波数成分は全て  $f_R$  の線の下流側で現れている。これは、 $f_R$  がその点での最大増幅率をとる波の周波数であるが、波が実際に成長するためにはある程度の時間が必要であり、ひとつの波長の波についてみれば最大増幅率を与える  $f_R$  に対応した位置を通過した後にその振幅が大きくなり、センサーで検出されたと考えられる。

いま、観察される顕著な周波数成分  $f_i (i=1,2,3,\dots)$  と  $f_R$  の交点を求めてその点とその周波数成分に対応した波動の成長開始位置  $z_i$  と考えると、 $Re$  が小さいほど  $z_i/L_b$  が小さいことがわかる。また、このときの噴流直径を見ると  $Re$  が小さいほど  $d/D$  の変化率が大きくなっている。

これより、図9に示した  $Re=480$  の場合に異なる三つの周波数成分が順次現れる理由として以下のことが考えられる。液柱表面に発生する初期攪乱は変位が微小

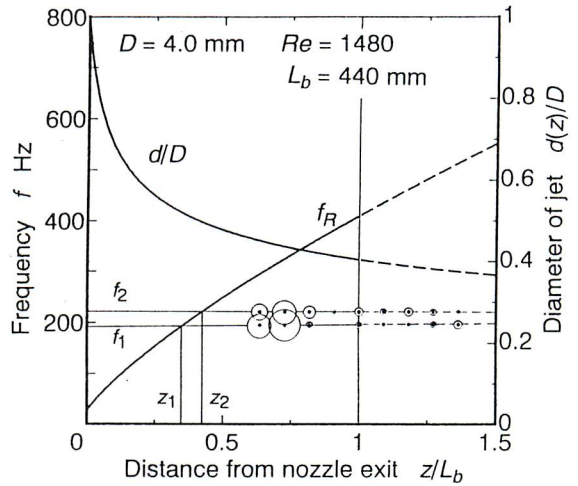


Fig.10 Relationship between Rayleigh wave frequency and peak frequencies at  $Re=1480$ .

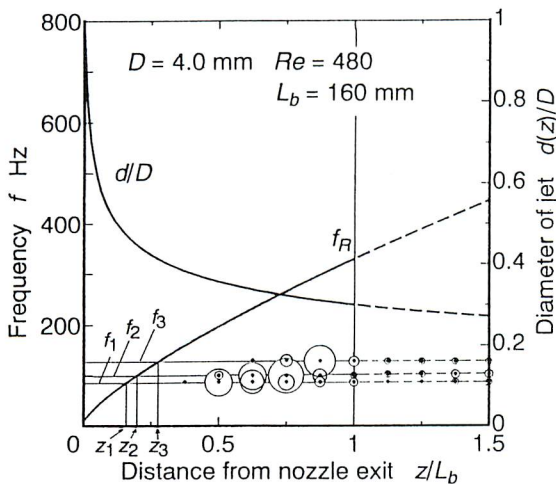


Fig.9 Relationship between Rayleigh wave frequency and peak frequencies at  $Re=480$ .

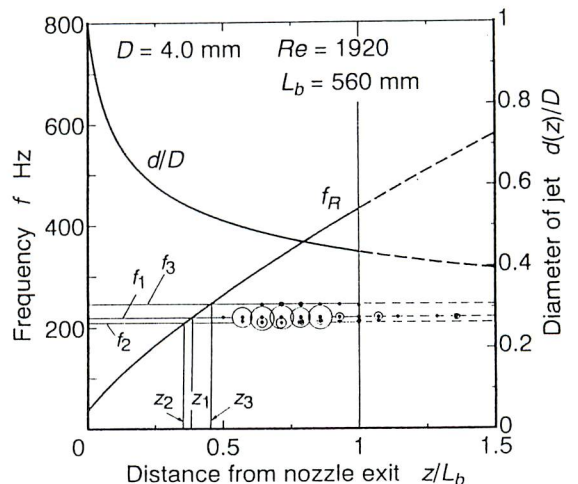


Fig.11 Relationship between Rayleigh wave frequency and peak frequencies at  $Re=1920$ .



であり、いくつかの波長の波の重ね合わせが生じる。これらの波は互いに非線形干渉を生じずにいるが、それぞれの波長に対応した最大増幅率を与える位置を通過するとその波長が急激に成長すると考えられる。Re=480 の場合では噴流直径の変化の大きな位置でこの増幅が行われるために、増幅されるべき波が高調波側に順次シフトする。この結果として  $f_1, f_2, f_3$  のように周波数の高くなるピークが順次出現したものと思われる。ただし、このような特定の周波数が選択的に現れる理由は現在のところ不明であり、今後の解析が必要である。

これに対して、Re=1920 の場合にはひとつの卓越した周波数成分が主に観察される。 $f_1$  と  $f_2$  の発生順序が図 9, 10 の例と異なり  $f_1 > f_2$  となるが、これは  $f_2$  の成長位置が  $f_R$  から離れているために  $f_1$  のように顕著にならなかったものと思われる。

さらに、図 9～11 の横軸が  $L_b$  で無次元化されていることを考えると層流分裂では分裂長さにかかわらず、分裂点までの距離の前半の部分の  $f_R$  に対応する波がその後成長して分裂に至るといえる。

#### 4.4 表面波の速度

噴流の流れと表面波に相対速度が無いと仮定して、ピークを示す周波数成分  $f_i$  の  $z$  方向の周波数変化と速度の関係を検討してみる。波の成長開始位置を  $z_a$  として式(4), (5)に代入すると、その点での液柱径  $d_a$  および平均速度  $w_a$  は次式で与えられる。

$$d_a = D \left( 1 + \frac{2gz_a}{w_0^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (10)$$

$$w_a = w_0 \left( 1 + \frac{2gz_a}{w_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

成長する波の波長を  $\lambda_a$  とすると、その位置で観察される周波数  $f_a$  は

$$f_a = \frac{w_a}{\lambda_a} \quad (12)$$

となる。ここで、波長  $\lambda_a$  に対応した一波長分の流体塊が変形しながら下流に進行し、位置  $z$  において波長  $\lambda$  となったとすると、この点での周波数  $f$  は

$$f = \frac{w}{\lambda} \quad (13)$$

となる。位置  $z_a$  および  $z$  においてそれぞれ一波長分の

液柱体積を考え、噴流と表面波との相対速度が無いとした式(8)の仮定より、両者の体積が一致するとすれば次の関係が得られる。

$$\lambda = \frac{d_a^2}{d^2} \lambda_a \quad (14)$$

式(4), (5), (10)～(13)を用いて整理すると、 $f$  と  $f_a$  の間に次の関係があることがわかる。

$$\frac{f}{f_a} = \frac{d^2 w}{d_a^2 w_a} = 1 \quad (15)$$

これは、測定位置によらず常に周波数が一定であることを示している。この内容をいかえると、噴流と表面波の相対速度が無いとすれば、重力の作用による噴流速度の増加の影響と直径の減少による波長の増加の影響とが相殺されて、固定座標系で観察される周波数は一定となる。

パワースペクトル上で顕著なピークについて下流方向に周波数を追跡してみると、その周波数成分  $f_i$  が  $z$  方向で変化せず、ここでの解析結果と一致している。従って、ここで用いた表面波動と液体が相対速度を持たないという式(8)の仮定によって、実験結果を説明することができる。

### 5. 考 察

以上のように重力場で鉛直下向きに形成される液体噴流では、表面波の成長機構が液柱直径の変化に影響されるものと考えられる。これまでの安定性理論を用いた分裂長さや液滴径の予測では液柱直径の影響を吟味したものはほとんど見られない<sup>(4)</sup>。また、いくつかの研究では分裂点における液柱径を仮想的に求め、それに対して最大増幅率波長の攪乱で分裂が生じるとして<sup>(5)</sup>。しかしながら、実際の分裂ではここで示されたように単一波長の攪乱のみが発生するのではなく、いくつかの波長の波が形成され競合や消滅という複雑な過程を経て、分裂に至るものと考えられる。

また、層流分裂領域における基本周波数の遷移特性は、従来の安定性理論に噴流直径の変化を考慮することによっておおむね説明できることがわかった。ただし、前報の多くのスペクトル図や本報の図 4 で示したように分裂点よりもわずかに上流側で多数の高い周波数成分が急速に発生することから、分裂点での複雑な変動が上流側に伝播している可能性がある。従って、実際の層流噴流の分裂現象では単一波長の不安定波が決定論的に成長して分裂を引き起こすのではなく、確率的要素の高い表面変動現象が介在していると考えら

れる。

## 6. 結 論

鉛直下向きに形成される液体噴流の滴下および層流分裂過程について表面変動のスペクトル解析を行った結果、以下のことを明らかにすることができた。

- (1) 滴下領域での分裂は規則的であり、分裂に伴う基本周波数は表面張力と重力の静的な釣り合いから予測される理論結果と一致した。
- (2) 層流分裂で見られる表面波動の基本周波数の下流方向への遷移特性は噴出レイノルズ数によって異なる。すなわち、噴出レイノルズ数が低い場合、いくつかの顕著な周波数成分が現れ、下流に行くにしたがって低周波のものから高周波のものへと順次入れ代わる。レイノルズ数が高い場合はひとつの卓越した周波数成分が現れる。
- (3) これらの顕著な周波数成分の周波数は測定位置によって変化しない。
- (4) 噴流直径の変化を考慮した簡単なモデルと周波数解析結果から表面波と流れとの相対速度が無いことを確認した。

- (5) 噴流直径の変化を考慮したレイリーの最大増幅率を与える波の周波数を求め、測定された波の周波数を比較すると、実際の波は対応するレイリー波の最大増幅率を与える位置の下流において成長することが明らかになった。

**謝辞** 本研究の実施に当たり、本学学生秋本聡君（現日本プレーキ(株)）ならびに小野寺諭君の協力を得た。また、本研究は文部省科学研究費補助金[奨励研究(A)]の補助を得た。ここに謝意を表す。

## 文 献

- (1) 天谷, 新井, 微粒化, 4-9 (1996), 12 .
- (2) Lord Rayleigh, The theory of sound Vol.II, Dover Publications, (1945), 351.
- (3) R.Clift, et. al., Bubbles, Drops, and Particles, Academic Press, (1978), 331.
- (4) A.M.Sterling and C.A.Sleicher, J. Fluid Mech., 68-3 (1975), 477.
- (5) T.Sakai, et. al., Atomization and Sprays, 1-2 (1991), 171.



天谷賢児  
 群馬大学・工学部・助手  
 群馬県桐生市天神町1-5-1  
 Tel. 0277-30-1523  
 Fax. 0277-30-1521  
 略歴：1992年 東北大学  
 大学院工学研究科  
 博士後期課程修了  
 主として微粒化のモデリング、  
 微粒化機構、ディーゼル噴霧に関する研究



新井雅隆  
 群馬大学・工学部・教授  
 群馬県桐生市天神町1-5-1  
 Tel. 0277-30-1522  
 Fax. 0277-30-1521  
 略歴：1977年 東北大学  
 大学院工学研究科  
 博士後期課程修了  
 主として微粒化機構、ディーゼル噴霧、  
 低重力・高重力場での熱伝達、  
 高温燃焼に関する研究